

Ad-Soyadı :
Numara :

CEVAP ANAHTARI

DÖNÜŞÜMLER VE GEOMETRİLER FİNAL SINAVI SORULARI

30.12.2019

1) $T... \begin{cases} x' = x + 2 \\ y' = y - 3 \end{cases}$ ötelemesi ve $R... \begin{cases} x'' = -y' \\ y'' = x' \end{cases}$ dönmesi veriliyor.

a) $T^{-1}=?$, b) $R^{-1}=?$ c) $RT=?$

2) $S... \begin{cases} x' = x + y - 1 \\ y' = -2x - y + 3 \end{cases}$ dönüşümü veriliyor. Varsa S nin tersini bulunuz.

3) Orijin etrafındaki dönmelerin uzaklığı koruduğunu gösteriniz.

4) Orijin merkez alınarak $d_1... y = 1 - x$ doğrusunun $d_2... y = x + 2$ doğrusu üzerine merkezil izdüşümü alınıyor. Buna göre,

- a) sıfır noktalarını,
b) izdüşüm denklemini bulunuz.

5) $P_1... x + y + z + 1 = 0$ düzleminin $P_2... x + y + z - 3 = 0$ düzlemi üzerine paralel izdüşümünde

$A(1, -1, -1) \in P_1$ noktasının resmi $A'(1, 1, 1) \in P_2$ noktasıdır. Buna göre,

- a) $B'(2, 1, 0) \in P_2$ noktasının esasını,
b) varsa sabit nokta veya noktaları bulunuz.

6) "Hareketler, benzerlik dönüşümleri, direkt hareketler, dönmeler, afin dönüşümler" kavramlarını kapsama bağıntısını kullanarak uygun biçimde sıralayınız.

NOT: Süre 90 dakikadır. 6. soru 10, diğerleri 18 puandır.

BAŞARILAR DİLERİM.

$$1) \quad a) T^{-1} \dots \begin{cases} x' = x - 2 \\ y' = y + 2 \end{cases} \quad b) R^{-1} \dots \begin{cases} x'' = y' \\ y'' = -x' \end{cases}$$

$$c) RT_2 \dots \begin{cases} x'' = 3 - y \\ y'' = x + 2 \end{cases}$$

$$2) \quad \Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -1 \end{vmatrix} = -1 + 2 = 1 \neq 0 \Rightarrow S^{-1} \text{ vardır.}$$

S nin denklemlerinden $x + y = x' + 1$ yazılır.

$$-2x - y = y' - 3$$

$$\underline{\hspace{10em}} \quad -x = x' + y' - 2 \Rightarrow x = -x' - y' + 2$$

$$y = x' + 1 - x$$

$$= 2x' + y' - 2$$

$$\Rightarrow S^{-1} \dots \begin{cases} x = -x' - y' + 2 \\ y = 2x' + y' - 2 \end{cases}$$

3) Orijin etrafında α açılı dönme $R \dots \begin{cases} x' = x \cos \alpha - y \sin \alpha \\ y' = x \sin \alpha + y \cos \alpha \end{cases}$

olup $P(x_1, y_1), Q(x_2, y_2)$ noktalarının resimleri

$$P' = R(P) = (x_1 \cos \alpha - y_1 \sin \alpha, x_1 \sin \alpha + y_1 \cos \alpha)$$

$$Q' = R(Q) = (x_2 \cos \alpha - y_2 \sin \alpha, x_2 \sin \alpha + y_2 \cos \alpha)$$

dir.

$$d(P', Q') = [(x_1 \cos \alpha - y_1 \sin \alpha - x_2 \cos \alpha + y_2 \sin \alpha)^2 + (x_1 \sin \alpha + y_1 \cos \alpha - x_2 \sin \alpha - y_2 \cos \alpha)^2]^{1/2}$$

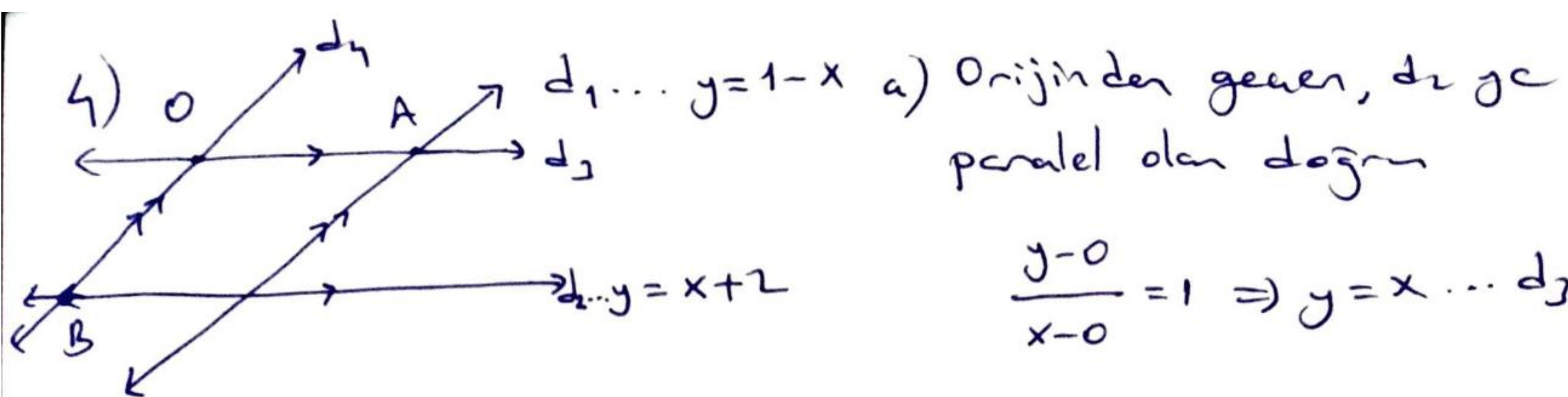
$$= [((x_1 - x_2) \cos \alpha + (y_2 - y_1) \sin \alpha)^2 + ((x_1 - x_2) \sin \alpha + (y_1 - y_2) \cos \alpha)^2]^{1/2}$$

$$= [(x_1 - x_2)^2 \cos^2 \alpha + 2(x_1 - x_2)(y_2 - y_1) \cos \alpha \sin \alpha + (y_2 - y_1)^2 \sin^2 \alpha$$

$$+ (x_1 - x_2)^2 \sin^2 \alpha + 2(x_1 - x_2)(y_1 - y_2) \sin \alpha \cos \alpha + (y_1 - y_2)^2 \cos^2 \alpha]^{1/2}$$

$$= [(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2]^{1/2}$$

$$= d(P, Q).$$



$A = d_1 \cap d_3$ noktasının resmi yoktur. A noktasını bulalım.

$$\begin{aligned} y &= 1-x \\ y &= x \end{aligned} \Rightarrow y = \frac{1}{2} = x \Rightarrow A\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$$

Orijinden geçen, d_1 e paralel olan doğru

$$\frac{y-0}{x-0} = -1 \Rightarrow y = -x \dots d_4$$

$B = d_2 \cap d_4$ noktasının resmi yoktur. B noktasını bulalım.

$$\begin{aligned} y &= x+2 \\ y &= -x \end{aligned} \Rightarrow y = 1, x = -1 \Rightarrow B(-1, 1)$$

İzdüşümün sıfır noktaları $A\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ ve $B(-1, 1)$ noktalarıdır.

b) $\forall (x_0, y_0) \in d_1$ alalım. $(x_0, y_0) \in d_1 \Rightarrow y_0 = 1 - x_0 \Rightarrow (x_0, y_0) = (x_0, 1 - x_0)$

$O(0, 0)$ ve (x_0, y_0) dan geçen doğru

$$\frac{y}{x} = \frac{y_0}{x_0} \Rightarrow y = \frac{y_0}{x_0} x$$

olup d_2 yi kestiği noktayı bulalım.

$$\begin{aligned} y &= x+2 \\ -1/ \quad y &= \frac{y_0}{x_0} x \end{aligned}$$

$$0 = (1 - \frac{y_0}{x_0})x + 2 \Rightarrow x = \frac{-2}{1 - \frac{y_0}{x_0}} = \frac{-2x_0}{1 - y_0} = \frac{2x_0}{y_0 - 1}$$

$$y = x + 2 = \frac{2x_0}{y_0 - 1} + 2 = \frac{2x_0 + 2y_0 - 2}{y_0 - 1}$$

$(x_0, y_0) \in d$ in bu itiduzum altında resmi

$\left(\frac{2x_0}{y_0-1}, \frac{2x_0+2y_0-2}{y_0-1} \right)$ olduğuna göre itiduzum denkle-

ni $P \dots \begin{cases} x' = \frac{2x}{y_0-1} \\ y' = \frac{2x_0+2y_0-2}{y_0-1} \end{cases}$ dir.

5) a) $A(1, -1, -1), A'(1, 1, 1)$ den geçen doğrunun doğrultması $\vec{u} = A' - A = (0, 2, 2)$ olup $B'(2, 1, 0) \in P_2$ noktasının esası B' den geçen $\vec{u} = (0, 2, 2)$ doğrultmalı doğrunun P_1 düzlemini kestiği B noktasıdır. Bu doğru

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 + 2t \\ z = 2t \end{cases} \text{ parametrik denklemlere sahip olup}$$

P_1 ile arakesiti

$$2 + 1 + 2t + 2t + 1 = 0 \Rightarrow t = -1 \Rightarrow B(2, -1, -2) \text{ dir.}$$

b) P_1 in normali $\vec{n}_1 = (1, 1, 1)$
 P_2 nin normali $\vec{n}_2 = (1, 1, 1)$ } $P_1 \neq \lambda P_2$ ve $\vec{n}_1 \parallel \vec{n}_2$ olduğundan $P_1 \parallel P_2$ dir.

0 halde, sabit nokta yoktur.

6) Dönmeler \subset Direkt hareketler \subset Hareketler \subset Besterlik dörüsünleri
 \subset Afm dörüsünleri